Exercice5

$f(x)=5\sin x+3\sin^3 x.x\in\mathbb{R}$.

$f'(x)=5\cos x+9\cos x\sin^2 x.$

$f''(x)=-5\sin x+9(-\sin^3 x+2\cos^2 x\sin x)$

$\Rightarrow 3f(x)+f''(x)=10\sin x+18\sin^2 x\cos x$

$\Rightarrow 3f(x)=-f''(x)+10\sin x+6\times(3\sin x)\sin^2 x$

Passons à la primitive :

$3F(x)=-f'(x)-10\cos x+6\sin^3 x+k,k\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow F(x)=-\frac{1}{3}f'(x)-\frac{10}{3}\cos x+2\sin^3 x+k,k\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow F(x)=\frac{5}{3}\cos x-3\cos x\sin^2 x-\frac{10}{3}\cos x+2\sin^3 x+k,k\in\mathbb{R}$

Donc on aura :

$$\boxed{F(x)=-5\cos x-3\cos x\sin^2 x+2\sin^3 x+k,k\in\mathbb{R}}$$

Exercice6

$f(x)=\frac{x^3-3x^2+3x}{(x-1)^2},x\in\mathbb{R}-\{1\}$

1) $x^3-3x^2+3x=(x-1)^3+1$

$\Rightarrow f(x)=\frac{(x-1)^3}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}$

$=x-1+\frac{1}{(x-1)^2}$

D'où $b=-1$ et $a=c=1$

2éme méthode :

$ax+b+\frac{c}{(x-1)^2}=\frac{(ax+b)(x-1)^2+c}{(x-1)^2}$

$=\frac{(ax+b)(x^2-2x+1)+c}{(x-1)^2}$

$=\frac{ax^3+(b-2a)x^2+(a-2b)x+b+c}{(x-1)^2}$

Par identification on a :

$$\begin{cases}a=1\\ b-2a=-3\Rightarrow b=-1\\ a-2b=3\\ b+c=0\Rightarrow b=-c=-1\end{cases}$$

Donc $b=-1$ et $a=c=1$

$$\boxed{\Rightarrow f(x)=x-1+\frac{1}{(x-1)^2}\ \forall x\in IR-\{1\}}$$

2) f continue sur $]1,+\infty[$ donc f admet au moins une primitive F telle que :

$$\boxed{F(x)=\frac{x^2}{2}-x-\frac{1}{x-1}+k,k\in\mathbb{R}},x\in]1,+\infty[$$

Exercice7

$f(x)=\sin 3x\times\cos x\qquad x\in\mathbb{R}$

1) On sait que :

$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$

$\Rightarrow \sin 4x+\sin 2x=2\sin\frac{6x}{2}\cos\frac{2x}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[\sin 4x+\sin 2x]=\sin 3x\cos x$

2) f continue sur IR donc f admet une unique primitive F qui s'annule en 0.et on a :

$F(x)=\frac{1}{2}\left[-\frac{1}{4}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 2x\right]+k$ et $F(0)=0$

Or $F(0)=-\frac{3}{8}+k\Rightarrow k=\frac{3}{8}$

D'où $\boxed{F(x)=-\frac{1}{8}\cos 4x-\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{3}{8}},x\in\mathbb{R}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn